



CAMI Wiskunde: Grade 12

12.2 Getalpatrone, rye en reekse

12.2 Meetkundige reekse

1. Meetkundige reekse

- (a) Die som van die eerste n terme van 'n meetkundige reeks $-5 + 10 - 20 \dots$ is 25. Bepaal die aantal terme in die reeks.
- (b) Bepaal die som van die eerste 3 terme in 'n meetkundige reeks met $T_1 = -4$ en $T_6 = 12500$.
- (c) In 'n meetkundige reeks is $T_1 = 1$, $T_n = -3125$ en die som tot n terme is -2604 . Bepaal die konstante verhouding en die aantal terme.
- (d) Bepaal die som van die eerste 6 terme in 'n meetkundige reeks met $T_1 = 3$ en $T_4 = 192$.

2. Oneindige meetkundige reekse

- (a) Beskou die reeks $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots$
- (i) Sal hierdie reeks konvergeer? Gee 'n rede.
- (ii) Bereken die som tot oneindigheid.
- (b) Die eerste term in 'n meetkundige reeks is 14 en die som tot oneindigheid is 56. Bepaal die konstante verhouding.
- (c) Die konstante verhouding in 'n meetkundige reeks is $\frac{1}{3}$ en die som tot oneindigheid is 18. Bepaal die eerste term in die reeks.
- (d) Sal die reeks $4 - 8 + 16 - \dots$ konvergeer? Gee 'n rede.

3. Addisionele probleme

- (a) Die som van terme 2, 3 en 4 in 'n meetkundige reeks is -56 terwyl die som van terme 4, 5 en 6 is -224 . Bepaal a en r ($r > 0$).
- (b) In 'n meetkundige reeks is T_3 100 meer as T_2 en die som van T_2 en T_3 is 60. Bereken a en r ($r < 0$).



CAMI Wiskunde: Grade 12

- (c) 'n Atleet hardloop 306 km in 6 weke as deel van sy oefenprogram. Hy hardloop 41 km in die eerste week en verhoog die afstand weekliks met 'n konstante faktor. Bereken die konstante faktor.

MEMO

1. Meetkundige reekse [5.6.3]

(a) $S_n = 25$; $a = -5$; $r = -2$

$$25 = \frac{-5((-2)^n - 1)}{(-2 - 1)}$$

$$-75 = -5((-2)^n - 1)$$

$$15 = (-2)^n - 1$$

$$16 = (-2)^n$$

$$\therefore n = 4$$

(b) $T_1 = -4 = a$

$$T_6 = ar^5$$

$$12500 = (-4)r^5$$

$$-3125 = r^5$$

$$(-5)^5 = r^5$$

$$\therefore r = -5$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_3 = \frac{-4((-5)^3 - 1)}{(-5 - 1)}$$

$$S_3 = -84$$

(c) $T_1 = 1$, $T_n = -3125$, $S_n = -2604$

$$T_n = 1 \cdot r^{n-1}$$

$$-3125 = r^{n-1}$$

$$-3125r = r^n$$

$$-3125(5) = (5)^n$$

$$\log 15625 = n \log 5$$

$$\therefore n = 6$$

$$-2604 = \frac{1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$-2604r + 2604 = r^n - 1$$

$$-2604r + 2604 = -3125r - 1$$

$$\therefore r = 5$$

(d) $T_1 = 3 = a$ en $T_4 = 192$



CAMI Wiskunde: Grade 12

$$T_4 = ar^3$$

$$192 = 3 \cdot r^3$$

$$64 = r^3$$

$$\therefore r = 4$$

$$S_6 = \frac{3(4^5 - 1)}{4 - 1}$$

$$S_6 = 1023$$

2. Oneidige meetkundige reekse [5.6.4]

(a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots$

(i) $r = \frac{1}{2}$ dus $-1 < r < 1$ daarom sal die reeks konvergeer

(ii) $a = \frac{1}{3}$ en $r = \frac{1}{2}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$S_\infty = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_\infty = \frac{2}{3}$$

(b) $a = 14$ en $S_\infty = 56$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$56 = \frac{14}{1-r}$$

$$56 - 56r = 14$$

$$-56r = -42$$

$$\therefore r = \frac{3}{4}$$

(c) $r = \frac{1}{3}$



CAMI Wiskunde: Grade 12

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$18 = \frac{a}{1-\frac{1}{3}}$$

$$18 = \frac{a}{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore a = 12$$

(d) $4 - 8 + 16 - \dots$

$$r = \frac{-8}{4} = -2$$

Reeks sal nie konvergeer nie omdat $r \notin (-1;1)$

3. Addisionele probleme [5.6.5; 5.6.6]

(a) $T_2 + T_3 + T_4 = -56$

$$ar + ar^2 + ar^3 = -56$$

$$ar(1+r+r^2) = -56$$

$$\frac{ar^3(1+r+r^2)}{ar(1+r+r^2)} = \frac{-224}{-56}$$

$$\therefore r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2$$

$$T_4 + T_5 + T_6 = -224$$

$$ar^3 + ar^4 + ar^5 = -224$$

$$ar^3(1+r+r^2) = -224$$

$$ar(1+r+r^2) = -56$$

$$2a(1+2+4) = -56$$

$$2a = 8$$

$$\therefore a = 4$$

(b) $T_3 = 100 + T_2$

$$ar^2 = 100 + ar$$

$$ar^2 - ar = 100$$

$$ar(r-1) = 100$$

$$\frac{ar(r-1)}{ar(1+r)} = \frac{100}{60}$$

$$6(r-1) = 10(1+r)$$

$$6r - 6 = 10 + 10r$$

$$-4r = 16$$

$$\therefore r = -4$$

$$T_2 + T_3 = 60$$

$$ar + ar^2 = 60$$

$$ar(1+r) = 60$$

$$ar + ar^2 = 60$$

$$-4a(1-4) = 60$$

$$12a = 60$$

$$\therefore a = 5$$



CAMI Wiskunde: Grade 12

(c) $S_6 = 306$, $a = 41$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$306 = \frac{6}{2}(2(41) + 5d)$$

$$102 = 82 + 5d$$

$$20 = 5d$$

$$\therefore d = 4$$

